

## Twee functies met een wortel

### 6 maximumscore 8

- Uit  $\sqrt{x} + \frac{1}{x} = 3\sqrt{x} - \frac{3}{x}$  volgt  $\frac{4}{x} = 2\sqrt{x}$  1
  - (Beide kanten kwadrateren geeft)  $\frac{16}{x^2} = 4x$  1
  - Hieruit volgt  $4x^3 = 16$ , dus (voor de  $x$ -coördinaat van  $S$  geldt)  $x^3 = 4$   
(of  $x = \sqrt[3]{4}$ ) 1
  - $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$  2
  - Uit  $f'(x) = 0$  volgt  $\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{x^2}$  1
  - Hieruit volgt  $2\sqrt{x} = x^2$ , dus  $4x = x^4$  1
  - Dus (voor de  $x$ -coördinaat van de top geldt)  $x^3 = 4$  (of  $x = \sqrt[3]{4}$ )  
(en dat geldt ook voor de  $x$ -coördinaat van  $S$ , dus  $S$  is een top van de grafiek van  $f$ ) 1
- of
- Uit  $\sqrt{x} + \frac{1}{x} = 3\sqrt{x} - \frac{3}{x}$  volgt  $\frac{4}{x} = 2\sqrt{x}$  1
  - Hieruit volgt  $2x\sqrt{x} = 4$  1
  - Hieruit volgt  $x\sqrt{x} = 2$  dus (voor de  $x$ -coördinaat van  $S$  geldt)  $x = \sqrt[3]{4}$  1
  - $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$  2
  - $f'(\sqrt[3]{4}) = \frac{1}{2\sqrt{\sqrt[3]{4}}} - \frac{1}{(\sqrt[3]{4})^2}$  1
  - Dit is te schrijven als  $f'(\sqrt[3]{4}) = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}} \cdot (4^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(4^{\frac{1}{3}})^2}$  1
  - Dus  $f'(\sqrt[3]{4}) = \frac{1}{4^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{6}}} - \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{4^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}} - \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} - \frac{1}{4^{\frac{2}{3}}} = 0$  (dus in punt  $S$  geldt  $f'(x) = 0$ , dus  $S$  is een top van de grafiek van  $f$ ) 1